

TÉCNICAS DE CONTEO

En el cálculo de probabilidades es necesario conocer el número de casos favorables y de casos posibles de manera rápida y precisa, para eso es necesario utilizar técnicas de conteo:

Regla de multiplicación: Si un evento A puede ocurrir de n_1 maneras, una vez que este ha ocurrido, otro evento B puede ocurrir de n_2 maneras diferentes, y así sucesivamente n eventos, el número total de formas diferentes en todos los eventos puede ocurrir en el orden indicado, es igual a $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_n$

Ejemplo: ¿De cuántas maneras pueden repartirse 3 premios a un conjunto de 10 personas, suponiendo que cada persona no puede obtener más de un premio?

R/: En este caso, utilizaremos la regla de la multiplicación teniendo en cuenta que:

10 personas pueden recibir el primer premio.

9 personas pueden recibir el segundo premio.

8 personas pueden recibir el tercer premio.

Se calcula así:

$$10 \times 9 \times 8 = 720$$

Los tres premios se podrían repartir entre las 10 personas de 720 maneras diferentes.



Ejercicio 1: a. ¿Cuántas placas de automóvil se pueden hacer utilizando dos letras diferentes seguidas de tres cifras diferentes?

b. Calcule la probabilidad de encontrar un automóvil que su placa comience con la letra A y termine en el número 0.

Diagrama de árbol: Es una manera sencilla de hacer un listado con la secuencia de las operaciones que se pueden realizar.

Ejemplo: Consideremos el lanzamiento de tres monedas o una moneda lanzada tres veces.

R/: Los datos se organizarán en el diagrama de árbol de la siguiente manera:



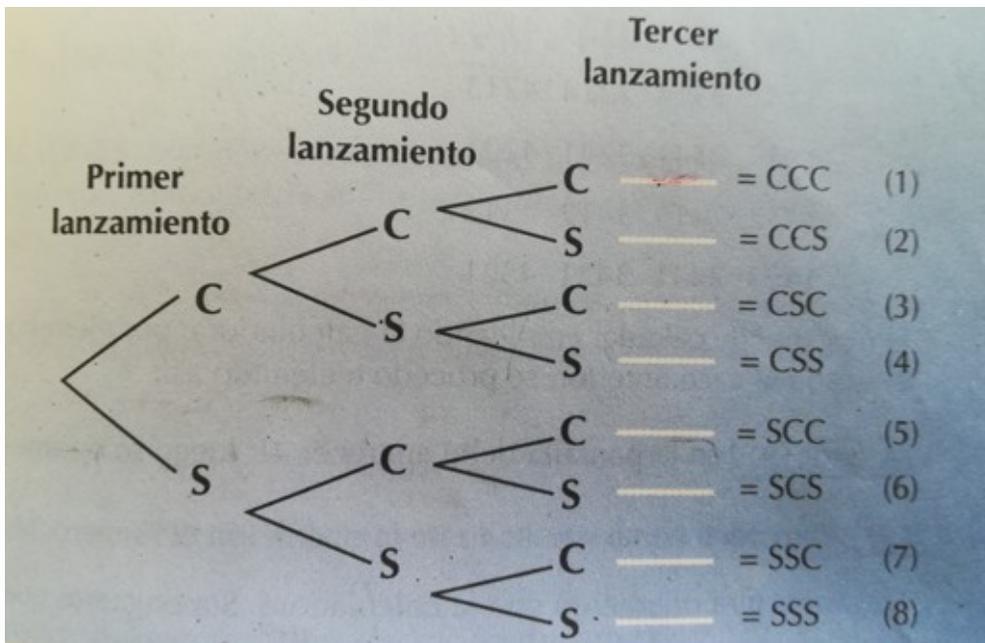


Imagen Tomada Estadística comercial. Martínez, C. Editorial Norma. 1994. Pág. 203

En total se obtienen 8 casos posibles en el experimento.

Ejercicio 2: En el restaurante de doña Jacinta puedes armar tu menú, según las opciones:

Consomé
Sancocho

Carne de res
Carne de cerdo
Pollo

Fríjoles
Blanquillo

Agua de panela
Jugo de tomate

a. Organice el diagrama de árbol para saber el número total de casos posibles como se puede armar el menú.

b. Si pido un menú al azar, ¿cuál es la probabilidad de que mi menú tenga fríjoles?

Regla del exponente: Es una forma simplificada del principio de multiplicación, donde la base es el evento repetitivo y el exponente la cantidad de veces que se repite el suceso.

Ejemplo: Si consideramos el lanzamiento de un dado cúbico una o varias veces, ¿Cuántos casos posibles se obtendrá en cada lanzamiento?



R/: Utilizaremos la regla del exponente, tomando de base el 6 por ser el número de caras que tiene un dado y el exponente será la cantidad de veces que se lanza.

Con un solo lanzamiento se obtendrán: $6^1 = 2$ casos posibles.

Con dos lanzamientos se obtendrán: $6^2 = 36$ casos posibles.

Con tres lanzamientos se obtendrán: $6^3 = 216$ casos posibles.

Y así sucesivamente.

Ejercicio 1: a. En una evaluación de “falso” o “verdadero” ¿De cuántas maneras se pueden contestar al azar 5 preguntas?

Permutación: Es una manera de arreglar totalmente los elementos de un conjunto. Se simboliza por $P_n = n!$ y se lee “Permutaciones de n elementos tomados de n en n”. El símbolo “n!” se lee “n factorial”. En este caso “n” es el número total de elementos del conjunto.

Ejemplo: ¿De cuántas maneras se pueden organizar las letras de la palabra AMOR?

R/: En este caso demos organizarán de diferentes maneras **todas** las letras de la palabra AMOR, por eso usaremos la técnica de la permutación (aunque no es necesario escribirlo en los ejercicios, mostraré todas las formas posibles, para la mejor comprensión de la situación).



AMOR	AOMR	AMRO	ARMO	AROM	AORM
ROMA	RAMO	RAOM	ROAM	RMAO	RMOA
OAMR	OMAR	ORMA	ORAM	OARM	OMRA
MARO	MRAO	MORA	MROA	MOAR	MAOR

Ahora sí, utilicemos la permutación, teniendo en cuenta que $n = 4$.

$$P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Esas letras se pueden organizar de 24 maneras diferentes.

Nota: En su calculadora identifique la tecla  para resolver con rapidez aquellos ejercicios en los que se utilice esta técnica.

Ejercicio 1: a. En una piedra aparecieron los números 5, 8, 3 y 1. Ambrosio quiere jugar un chance de 4 cifras, usando los números de la piedra en diferente orden.

a. ¿Con cuántos números jugará Ambrosio su chance?

b. ¿Cuál es la probabilidad que tiene Ambrosio de ganar?

Permutación con repetición: Se utiliza cuando en el arreglo de los elementos de un conjunto, hay algunos que se repiten. Se simboliza $P_n(r)$ y se lee “Permutaciones de n elementos tomados de n, en n, con r elementos repetidos”.

La fórmula para hacer el cálculo es $P_n(r) = \frac{n!}{r!}$

Ejemplo: ¿De cuántas maneras diferentes se pueden organizar las letras de la palabra CASA?

R/: En este caso, como hay 4 elementos (letras) que se deben organizar en diferente orden y de esos la “A” se repite dos veces, usaremos la técnica de la permutación con repetición, donde $n=4$ y $r=2$ (aunque no es necesario escribirlo en los ejercicios, mostraré todas las formas posibles, para la mejor comprensión de la situación).



CASA	ACSA	SCAA	CAAS	ACAS	SACA
CSAA	AACS	SAAC	ASAC	AASC	ASCA

Aplicando la fórmula se procede así:

$$P_4(r=2) = \frac{4!}{2!} = 12$$

Las letras se pueden organizar de 12 maneras diferentes.

Ejercicio 1: a. ¿De cuántas maneras se pueden organizar las letras MARIA?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que a María Camila le salga en orden su primer nombre, si saca de una bolsa, letra por letra al azar?

Variación: Son permutaciones en las que implica un orden en la colocación de los elementos, pero teniendo en cuenta que se toma una parte de los elementos del

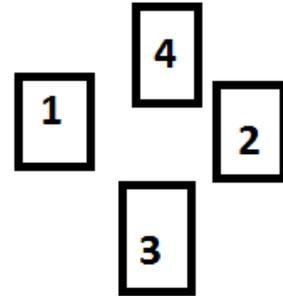
conjunto. Se simboliza ${}_n P_r$, se lee “permutaciones de n elementos tomados de r en r”, donde n es el número de elementos del conjunto y r los elementos que se toman de este. Su fórmula es:

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

En la calculadora identifique la tecla ${}_n P_r$.

Ejemplo: ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3 y 4?

R/: En este caso tenemos un conjunto de 4 elementos de los cuales tomaremos tres para organizarlos, o sea que $n=4$ y $r=3$. El orden de las cifras es importante, por tanto utilizaremos la técnica de variación para saber cuántos números de tres cifras se pueden formar.



$${}_4 P_3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 24$$

Con la calculadora: 4 ${}_n P_r$ 3 $=$

En total se pueden formar 24 números de tres cifras con los 4 dígitos propuestos (aunque no es necesario escribirlo en los ejercicios, mostraré todas las formas posibles, para la mejor comprensión de la situación).

- 123 132 124 142 134 143 213 231 214 241 234 243
 312 321 314 341 342 324 313 431 412 421 423 432

Ejercicio 1: a. En una piedra aparecieron los números 5, 8, 3 y 1. Ambrosio quiere jugar un chance de 3 cifras, usando los números de la piedra en todas las formas posibles.

- ¿Con cuántos números jugará Ambrosio su chance?
- ¿Cuál es la probabilidad que tiene Ambrosio de ganar?

Combinación: Es el arreglo de los elementos de un conjunto, sin importar el orden en que se dispongan. Se simboliza ${}_n C_r$ se lee “combinaciones de n

elementos tomados de r en r ", donde " n " es el número de elementos del conjunto y " r " el número de elementos que se toman de este. Su fórmula es:

$${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$${}_n C_r$$

En la calculadora identifique la tecla ${}_n C_r$.

Ejemplo: En un salón está Juanita, Carlos, Andrés y Roberto ¿Cuántas parejas de trabajo se podrán armar con este grupo de estudiantes?

R/: Al organizar las parejas da lo mismo que por ejemplo Juanita le corresponda Carlos que a Carlos le corresponda Juanita, por tanto el orden no interesa y podemos utilizar la técnica de combinación. Como son 4 estudiantes $n=4$ y como se organizan en parejas $r=2$, ahora sí apliquemos la fórmula:



$${}_4 C_2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = 6$$

Con la calculadora:

$$\boxed{4} \quad \boxed{{}_n C_r} \quad \boxed{2} \quad \boxed{=}$$

Se pueden organizar 6 parejas con ese grupo de estudiantes (aunque no es necesario escribirlo en los ejercicios, mostraré todas las formas posibles, para la mejor comprensión de la situación).

JC JR JA CR CA RA

Ejercicio 1: En un salón hay 34 estudiantes y la profesora de ética organiza parejas al azar para desarrollar una actividad.

- ¿De cuántas maneras diferentes se pueden organizar las parejas en ese salón?
- A Ramirito le gusta su compañera de salón Elianita ¿Cuál es la probabilidad de que a Ramirito le asignen como pareja de trabajo a su querida Elianita?