Actividad 1. Intervalos.

1.Represente por intervalos, por análisis y en la recta, los siguientes conjuntos:

a. Números mayores de $-\mathbf{3}$.

b. Números positivos menores de 6.

c. Números menores de $-\mathbf{1}$ y mayores de$-\mathbf{3}$, incluyendo a losextremos.

d. Los números negativos mayores que $-\mathbf{6}$.

e. Los números entre $-\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$y $\sqrt{\mathbf{5}}$, incluido $-\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$.

f.Los números mayores o iguales a $-\mathbf{0,555}$.

2.Represente por análisis y en la recta numérica los siguientes intervalos:

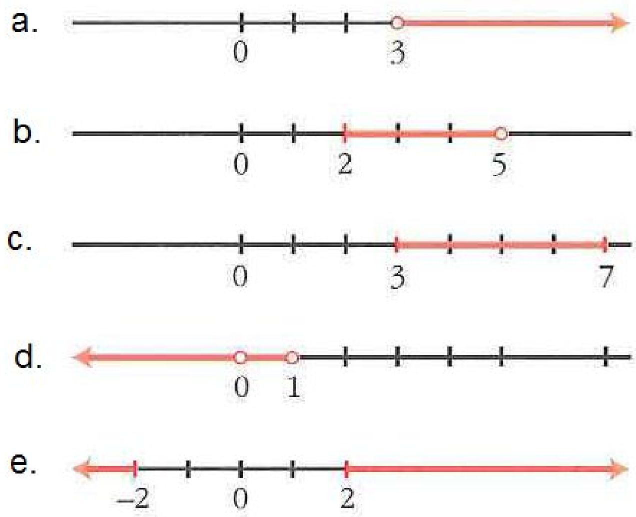
a.$(3\,,6)$ b. $\left[-1.5\,,\ \frac{7}{2}\right]$ c. $\left(\sqrt{3}\,,2\pi\right]$

d.$\left[-\frac{13}{5},\frac{19}{20}\right)$ e. $(-\infty\,,4.16)$ f. $[-5.05\,,\ 0]$

g.$\left(-8\,,\frac{10}{7}\right)$ h. $\left[-\sqrt{6}\,,\ \frac{1}{2}\right]$ i. $\left(-1.8\,,\sqrt{7}\right]$

j.$\left[-\frac{13}{5},\frac{19}{20}\right)$ k. $(-\infty\,,4.16)$ l. $\left[-5.05\,,\ \frac{3}{5}\right]$

3.Represente por intervalos y por análisis los siguientes conjuntos de números:



4.Escuchar las siguientes canciones y representar por intervalos y en la recta numérica,el tiempo en que se escuchan las frases citadas:

a. Canción: “Uno mismo” de Tony Vega.

Fragmento: “…como locos damos vuelta en la rueda de la vida, sin siquiera darnos cuenta que uno mismo es quien la gira…”

b. Canción:“Color esperanza” de Diego Torres

Fragmento:“… vale más poder brillar, que solo buscar ver el sol…”

c. Canción: “Creeré” de Tercer Cielo

Fragmento: “… y el viento soplará, pero no te detendrá…”

d. Canción:“Robarte un beso” de Carlos Vives ft. Yatra

Fragmento: “…déjame robarte un beso que te enamore y tú no te vayas…”

5.Resolver el punto 5 del texto guía.

6. Resolver el punto 6 del texto guía.

7. Resolver el punto 7 del texto guía.

8.Resolver el punto 8 del texto guía.

9. Resolver el punto 9 del texto guía.

10. Resolver el punto 14 del texto guía.

11. Solve the Sudoku. The object is to fill all empty squares so that the numbers 1 to 9 appear exactly once in each row, column and 3x3 box.

	9	2			4	7		
1	5			6		2		8
				1	2		4	9
				5	8	6		
8	4			3			5	2
		3	2	9				
6	1		8	4				
2		5		7			6	1
		7	6			8	9	

12. Has una línea del tiempo desde tu nacimiento y representa en ella, por intervalos, momentos importantes de tu vida. Además ilustre con imágenes representativas cada intervalo marcado. Use una página completa del cuaderno.

Lectura tomada de *Malditas Matemáticas. Alicia en el País de Los Números. Carlo Frabetti.* (No es necesario imprimir ni copiar, solo leer).

La criba de Eratóstenes

—¿Cómo se puede cribar números? —quiso saber Alicia.

—De la forma en que lo hizo el gran sabio griego Eratóstenes en el siglo III a.C. Para que lo veas, vamos a aplicar su criba a los números del uno al cien —dijo Charlie, rebuscando en los bolsillos de su anticuada chaqueta y sacando un lápiz mordisqueado. Se inclinó sobre el inconsciente Cero y empezó a escribir números en la blanca superficie de su anverso. Al cabo de unos minutos, había completado la lista de los cien primeros números.

—¿Y ahora qué? —preguntó la niña.

—Ahora vamos a cribarlos de manera ordenada,

o sea, empezando por el principio. El 1 lo dejamos aparte porque es un número muy singular...

—Y tan singular —comentó Alicia—. Bien mirado, es el único número realmente *singular.* Todos los demás son plurales.

—Muy cierto. Por eso no se incluye en la lista de los primos, que, como sabes, sólo son divisibles por sí mismos y por la unidad. Pero en el caso del 1 «sí mismo» y «la unidad» son una misma cosa, por lo que, en cierto modo, es aun menos que primo.

—Vale. Pasamos del 1.

—Y al pasar del 1 llegamos al 2. El 2 es evidentemente primo, ya que no tiene ningún divisor, así que lo marcamos rodeándolo con un circulito. Es, por cierto, el único primo par; todos los demás primos son impares, ya que los pares son divisibles por 2. Y esto nos indica cuál ha de ser nuestro primer golpe de criba: eliminar todos los pares menos el 2. Para eso vamos tachando los números de la lista de dos en dos a partir del 2.

—Esto elimina la mitad de los números —comentó

Alicia.

—Así es. Ahora pasamos al siguiente, el 3; lo rodeamos con otro circulito y eliminamos de la lista todos sus múltiplos, que van de tres en tres.

—Ya veo. A continuación hacemos lo mismo con el 4.

—No hace falta —replicó Charlie—, porque ya lo hemos eliminado como múltiplo de 2, y todos los múltiplos de 4 lo son también de 2. Pasamos al siguiente número no tachado, que es el 5...

—Lo rodeamos con un circulito y tachamos todos los múltiplos de 5, que van de cinco en cinco —concluyó Alicia.

—Exacto. La mitad de los múltiplos de 5 ya los habíamos tachado: son los terminados en 0, que son también múltiplos de 2. Sigamos...

—El 6 ya está tachado; dos veces, además.

—Claro, porque es a la vez múltiplo de 2 y de 3. Así que pasamos al 7. Lo marcamos y tachamos todos sus múltiplos.

—Que van de siete en siete.

—Y ya está nuestra criba. Todos los que quedan sin tachar son primos.

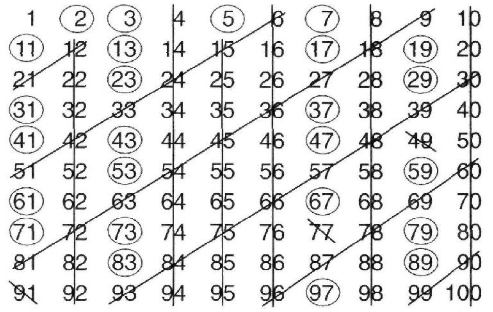
—¿Por qué nos paramos en el 7? —preguntó

Alicia—. ¿No deberíamos seguir con el 11, que es el siguiente número sin tachar?

—No hace falta —contestó Charlie—. Como 100 = 10 x 10, cualquier número menor de 100 que tenga 11 como divisor tendrá otro divisor menor de 10; por lo tanto, los múltiplos de 11 ya los hemos tachado: el 22, el 44, el 66 y el 88, al tachar los múltiplos de 2; el 33, el 66 (otra vez) y el 99, al tachar los múltiplos de 3; el 55, al tachar los múltiplos

de 5, y el 77, al tachar los de 7. Bien, marquemos

con un circulito los que se han salvado de la criba... Ahí tienes los veinticinco primeros números primos, los menores de 100: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,23,29,31,37,41,43,47,53,59, 61,67,71,73,79, 83, 89 y 97.



—Decías que no había ningún orden en los números primos, pero las líneas de las tachaduras son muy ordenadas —comentó Alicia.

—Porque en los números compuestos sí que hay orden: podemos agruparlos según sean múltiplos de 2, de 3... Por cierto, esas líneas vienen a ser como una tabla de multiplicar: en las rayas verticales tienes las tablas del 2, del 5 y del 10; en las oblicuas, la del 3 y la del 9...

—No me hables de la tabla de multiplicar, la detesto. Las sumas me gustan, pero las multiplicaciones son odiosas.

—No te pueden gustar las sumas y disgustarte las multiplicaciones —objetó Charlie.

—¿Cómo que no? ¿Vas a decirme a mí lo que me puede gustar y lo que no?

—¿Te gusta el chocolate? —preguntó el escritor, aparentemente cambiando de tema.

—Mucho —contestó Alicia.

—¿Y los bombones?

—Pues claro, ¿cómo no me van a gustar? Los bombones *son* chocolate.

—Y las multiplicaciones *son* sumas. Por lo tanto, si te gustan las segundas, no pueden disgustarte las primeras.

—No me líes. Reconozco que no sé casi nada de mates (ni ganas), pero puedo distinguir entre una suma y una multiplicación.

—Vamos a ver, ¿qué significa 3x4?

—La tabla del 3 me la sé: 3 x 4 = 12.

—No te he preguntado cuánto da 3 x 4, sino qué quiere decir —precisó Charlie.

—¿Qué quiere decir «qué quiere decir»?

—Buena pregunta. Tal vez esa que acabas de hacerme sea la pregunta básica de la filosofía; o, al menos, de la epistemología...

—Me estás liando cada vez más.

—Perdona, a veces me pongo a divagar sin darme cuenta. Lo que quiero decir es que 3x4 significa tres veces cuatro, o sea, 4 + 4 + 4: una multiplicación es una suma, y, además, una suma más sencilla que las otras, pues todos sus sumandos son iguales.

—No se me había ocurrido mirarlo de ese modo —reconoció Alicia.

—Por eso no te gustan las matemáticas. Porque no se te ha ocurrido mirarlas de *ese* modo.

—¿Y cuál es *ese* modo?

—Tú sabrás. Has dicho que no se te ha ocurrido mirarlo de *ese* modo.

—¡ Acabas de decirlo tú!

—Yo acabo de decirlo, pero tú lo has dicho antes.

Alicia empezaba a hacerse un lío y no sabía qué replicar, lo cual le daba mucha rabia. Pero en eso volvió en sí Cero, y al ver los números escritos en su anverso a punto estuvo de desmayarse de nuevo.

—¡Estoy perdido! —exclamó—. ¡Tengo la tripa llena de números! ¡Ya no seré el Cero, y la Reina me degradará!

—No te preocupes, que yo también tengo mi arma aniquiladora —lo tranquilizó Charlie; tras rebuscar en sus bolsillos, sacó una goma y empezó a borrar las cifras y las líneas de la superficie del hombre naipe.

Al cabo de unos minutos, Cero se levantó, se sacudió nerviosamente las partículas de goma y, a continuación, examinó con aprensión su blanco anverso.

—Menos mal —dijo aliviado—, vuelvo a ser yo, es decir, nada. Y ahora será mejor que me vaya, antes de llegar a ser todavía menos.

—¿Cómo se puede ser menos que nada? —preguntó Alicia, mientras Cero se marchaba corriendo, sin ni siquiera despedirse.

—Muy fácil. Por ejemplo, tú ahora no tienes ninguna manzana...

—No, y no podría tener menos que ninguna.

—Sí que podrías. Porque si alguien te diera media docena de manzanas, tendrías seis; pero si me debieras a mí dos manzanas, tendrías que devolvérmelas y sólo te quedarían cuatro. Así que deber dos manzanas es menos que no tener ninguna: es como si tuvieras dos manzanas negativas, o sea, -2. Por eso hay números positivos y negativos.

—Mi retraso sí que es negativo —dijo al pasar a su lado un curioso personaje al que no habían visto acercarse. Era un conejo blanco; mejor dicho, *el* Conejo Blanco. Llevaba una chaqueta a cuadros y un elegante chaleco, de cuyo bolsillo derecho sacó un reloj de oro sujeto a una larga cadena. Se detuvo un momento para mirar la hora, y acto seguido echó a correr hacia el laberinto.

El laberinto

—¡Vamos tras él! —exclamó Alicia sin saber muy bien por qué, y corrió hacia la estrecha hendidura vertical que daba acceso al laberinto, por la que el Conejo

Blanco acababa de desaparecer. Charlie la siguió sonriendo enigmáticamente.

Una vez dentro, se podía ir hacia la derecha o hacia la izquierda, y el Conejo Blanco ya no estaba a la vista.

—¿Por dónde vamos? —preguntó la niña.

—Por donde quieras —contestó el escritor, con un ligero encogimiento de hombros.

—Pero no tenemos ni idea de cuál es la dirección

buena.

—No sabemos cuál es la mejor —puntualizó

Charlie—, pues buenas lo son las dos.

—No pueden ser las dos buenas. Lo más probable es que sólo una lleve a la salida.

—Lo más probable es que sólo una lleve a la salida por el camino más corto —volvió a precisar él—. Pero acabaremos saliendo sea cual fuere nuestra elección inicial si hacemos lo correcto.

—¿Y qué es lo correcto en un laberinto?

—En primer lugar, echar a andar, porque si no lo haces es francamente difícil llegar a salir. Así que elige en qué dirección quieres ir.

—A la izquierda.

—Bien, pues ahora toca con una mano una de las paredes y camina sin dejar nunca de tocarla.

—¿Qué pared he de tocar y con qué mano?

—La pared que quieras con la mano que quieras. Pero te aconsejo que si eliges la pared de la izquierda la toques con la mano izquierda, y viceversa. Avanzar tocando la pared de la izquierda con la mano derecha es bastante incómodo.

Alicia tocó la pared de la izquierda con la mano izquierda y después echó a andar sin apartar la punta de los dedos de la rugosa superficie del seto.

—¿Y por qué hay que hacerlo así? —preguntó.

—Porque las dos caras de las paredes del laberinto forman una superficie continua —explicó

Charlie—, y si no apartas nunca la mano de la superficie acabas recorriéndola entera y, por tanto, encuentras la salida (aunque no necesariamente por el camino más corto). Las matemáticas sirven para algo, de vez en cuando.

—¿Qué tienen que ver las mates con los laberintos?

—Hay una rama poco conocida y muy interesante de las matemáticas, llamada topología, que estudia las propiedades generales de todo tipo de figuras, sin dar importancia al tamaño o a la forma de esas figuras, sino sólo a la manera en que se conectan entre sí sus diversas partes.

—Ponme un ejemplo.

—Querrás decir *otro* ejemplo, pues uno ya te lo he puesto: la continuidad de la superficie de las paredes de un laberinto, independientemente de su forma y tamaño.

—Está bien, ponme *otro* ejemplo —pidió Alicia, un poco fastidiada por la manía de Charlie de precisarlo y puntualizarlo todo.

—Por ejemplo, desde el punto de vista de la topología, un cuadrado y un círculo son equivalentes, porque son dos superficies continuas limitadas por sendas líneas cerradas.

—Estás hablando como un profe de mates —se quejó la niña—. Dímelo como si fueras una persona *normal.*

—Una persona *normal* no te lo diría de ninguna manera, porque, por desgracia, las personas *normales* no suelen entender nada de matemáticas.

—¿Y sabes por qué? —dijo Alicia—. Porque

los profesores de matemáticas son unos plastas insoportables y no explican las cosas como es debido.

—En eso me temo que llevas razón — admitió

Charlie—. Un buen profesor de matemáticas ha de tener inteligencia, sentido del humor y ganas de enseñar, tres cualidades poco frecuentes, por desgracia. Sólo una de cada diez personas es inteligente, sólo una de cada diez es graciosa y sólo una de cada diez tiene auténtica vocación docente.

—O sea, que sólo uno de cada treinta profes tiene las tres cualidades a la vez —concluyó Alicia.

—Muchos menos —replicó Charlie—. Si tomamos un grupo de mil profesores, como sólo un décimo de las personas es inteligente, tendremos nada más que cien inteligentes. Como sólo un décimo de las personas tiene sentido del humor, de esos cien profesores inteligentes sólo diez serán, además, graciosos y ocurrentes. Y como sólo un décimo tiene vocación y capacidad docente, de esos diez profesores inteligentes y graciosos sólo uno será, además, buen pedagogo.

O sea, sólo uno de cada mil profesores es a la vez inteligente, gracioso y diestro en el arte de enseñar.

—Y seguro que tú eres ese uno entre mil —dijo Alicia con un punto de ironía.

—No te quepa duda.

—Pues explícame eso de la topología de una manera inteligente, graciosa y pedagógica.

—Lo intentaré. Imagínate que aplastas un chicle, previamente mascado, hasta hacer con él un círculo. Cualquier superficie que puedas obtener deformándolo sin romperlo ni pegar una parte con otra, será topológicamente equivalente:

un cuadrado, un triángulo, una elipse...

—¿Y qué significa eso de «topológicamente equivalente»?

—Que tiene muchas propiedades comunes, sobre todo propiedades relacionadas con la *continuidad.*

Por ejemplo, imagínate que esas figuras que he mencionado fueran suelos: podrías caminar tranquilamente por cualquiera de ellos sin miedo a caer en ningún agujero: son superficies continuas. Pero en un piso como éste —continuó Charlie, y se agachó para dibujar una figura en el suelo arenoso del laberinto— tendrías que tener más cuidado. Esta figura no es topológicamente equivalente a las anteriores.

Alicia se detuvo a contemplar la figura, sin apartar la mano de la pared.

—Bueno, eso ya está un poco mejor —dijo—. Espero que el suelo del laberinto sea una superficie continua y no caigamos en ningún agujero...